



گزینه ۳

۱

طبق تعریف، فقط نیرویی که در راستای جابه‌جایی است، کار انجام می‌دهد. پس باتوجه‌به اینکه جابه‌جایی درجهت $+x$ است، تنها نیروی F_x کار انجام داده است:

$$W = F_x \cdot x \cos 0 = 15 \times 10 = 150 \text{ J}$$

گزینه ۳

۲

گام اول

الف) انرژی جنبشی گلوله‌ای $K_1 = 4 \text{ J} \leftarrow$

ب) و سرعت آن 4 m/s است $\leftarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$

ج) سرعت آن را به چند متر بر ثانیه برسانیم تا انرژی جنبشی آن 5 J شود؟ $\leftarrow K_2 = 5 \text{ J}, v_2 = ?$

گام دوم

باتوجه‌به اینکه جرم گلوله تغییر نکرده کافی است نسبت K_2 به K_1 را به دست آوریم تا سرعت در ثانویه به دست آید:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2)^2}{\frac{1}{2}m(v_1)^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = \left(\frac{v_2}{4}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{v_2}{4} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

گزینه ۳

۳

از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W = \Delta K$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m((3v)^2 - (v)^2)}{\frac{1}{2}m(v^2 - 0)} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

گزینه ۴

۴

$$W_{mg} = -mgh = -60000 \times 10 \times 600 = -3/6 \times 10^8 \text{ J}$$

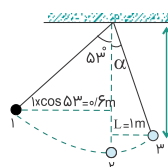
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_2 &= U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}m(2v_1)^2 = mgh + 2mv_1^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta E = E_2 - E_1 = mgh + 2mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{3}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = 60000 \times 10 \times 600 + \frac{3}{2} \times 60000 \times 80^2 = 3/6 \times 10^8 + 5/76 \times 10^8 \text{ J}$$

$$= 9/36 \times 10^8 \text{ J}$$

با استفاده از قضیه پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1 - mgh_2$$

$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 0 = 2g(l - l\cos\alpha) \xrightarrow{v_2=v} v^2 = \lambda$$

$$E_2 = E_3 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_3 + U_3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_2 - mgh_3$$

$$\Rightarrow v_3^2 - v_2^2 = 2g(h_2 - h_3) \Rightarrow v_3^2 - \lambda = 2g(l - h_3)$$

$$\xrightarrow{v_3 = \frac{\sqrt{r}}{r}v} \left(\frac{\sqrt{r}}{r}v\right)^2 - v^2 = -2gh_3$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{r} = 2gh_3 \Rightarrow \frac{\lambda}{r} = 2 \times l \times h_3 \Rightarrow h_3 = l/2$$

$$l' = l - h_3 = l - l/2 = l/2$$

$$\cos\alpha = \frac{l'}{l} = \frac{l/2}{l} = 1/2 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

گام اول

الف) گلوله‌ای به جرم $2 \text{ kg} \leftarrow m = 2 \text{ kg}$

ب) با سرعت اولیه $20 \text{ m/s} \leftarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$

ج) این گلوله با سرعت 10 m/s از نقطه اوج می‌گذرد $\leftarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$

د) کار برآیند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه اوج چند ژول است؟ $\leftarrow W_T = ?$

گام دوم

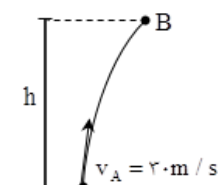
باتوجه به اینکه سرعت اولیه و نهایی را داریم، می‌توانیم از قضیه کار و انرژی استفاده کنیم:

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \times 2 \times ((10)^2 - (20)^2) = -300 \text{ J}$$

گام اول

الف) گلوله‌ای در شرایط خلأ ← از مقاومت هوا صرف‌نظر شده $h_A = 0 \Rightarrow U_A = 0$
 ب) از سطح زمین با سرعت اولیه 30 m/s در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود ← $v_A = 30 \text{ m/s}$
 ج) در چند متری سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ ← $\frac{K_B}{U_B} = \frac{1}{2}$, $h_B = ?$



گام دوم

باتوجه به پایستگی انرژی مکانیکی در نقاط A و B داریم:

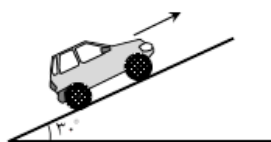
$$\begin{aligned} E_A &= E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \\ \Rightarrow K_A + 0 &= \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B \\ \Rightarrow K_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \\ \Rightarrow (30)^2 &= v_B^2 \Rightarrow v_B = 30 \text{ m/s} \end{aligned}$$

گام اول

الف) اتومبیلی به جرم 2000 kg ← $m = 2000 \text{ kg}$
 ب) در یک جاده شیب‌دار که با سطح افق زاویه 30° درجه می‌سازد ← $\alpha = 30^\circ$
 ج) اگر سرعت اتومبیل در مدت 20 ثانیه از 2 m/s به 12 m/s برسد ← $\Delta t = 20 \text{ s}$, $v_1 = 2 \text{ m/s}$, $v_2 = 12 \text{ m/s}$
 د) کار برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل در این بازه زمانی چند کیلوژول است؟ ← $W_T = ? \text{ kJ}$

گام دوم

کافی است قضیه کار و انرژی را برای اتومبیل بنویسیم:



$$W_T = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2000 \times ((12)^2 - (2)^2) = 140 \times 10^3 \text{ J} = 140 \text{ kJ}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی و باتوجه به اینکه دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی چتر باز کار انجام می‌دهند می‌توان نوشت:

$$W_f + W_g = \Delta K$$

$$W_f + mgh = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$W_f + 100 \times 10 \times 500 = \frac{1}{2} \times 100(4/5^2 - 1/5^2)$$

$$W_f = -4991 \times 10^3 J = -4991 kJ$$

$$W = F_x d_x + F_y d_y = 30 \times 6 + 40 \times 0 = 180 J$$

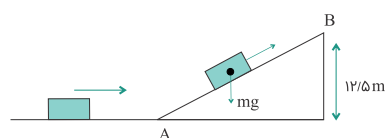
گام اول

الف) در شکل زیر جسم متحرک به جرم $2 \text{ kg} \leftarrow m = 2 \text{ kg}$

ب) اگر سرعت جسم در نقاط A و B به ترتیب برابر 20 m/s و 10 m/s باشد $v_A = 20 \text{ m/s}$, $v_B = 10 \text{ m/s}$

ج) کار نیروی اصطکاک روی سطح شیب‌دار چند ژول است؟ $W_{f_k} = ?$

گام دوم



نیروی اصطکاک و مولفه روی سطح شیب‌دار نیروی وزن در راستای حرکت، کار انجام می‌دهند. اگر جهت مثبت حرکت را روبه بالا در نظر بگیریم، کار نیروی وزن $-mgh$ می‌شود و باتوجه به قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow -mgh + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (10^2 - 20^2)$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 \times 12/5 + W_{f_k} = -300 \Rightarrow W_{f_k} = -50 J$$

اگر نیروی $\vec{F}$ برآیند چند نیرو مثل $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و ... باشد، داریم:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

از طرفی با حاصلضرب جابه‌جایی در نیرو خواهیم داشت:

$$W = W_1 + W_2 + \dots$$

مطابق صورت سوال، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$W = 0 \Rightarrow W_1 + W_2 + \dots = 0$$

درنتیجه مجموع کار نیروهای وارد بر جسم نیز در آن جابه‌جایی برابر صفر است.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توانیم کار انجام‌شده روی گلوله از طرف دیوار را محاسبه کنیم:

$$W = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \times ۴۰ \times ۱۰^{-۳} (۰ - ۳۰۰^۲)$$

$$W = ۲ \times ۱۰^{-۲} (۰ - ۹ \times ۱۰^۴) \Rightarrow W = -۱۸۰۰ \text{ J}$$

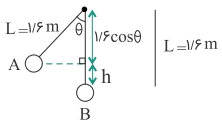
گام اول

الف) آونگی به طول ۱/۶ متر $l = ۱/۶ \text{ m}$

ب) وقتی گلوله آونگ از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد، سرعتش ۴ m/s است $v_B = ۴ \text{ m/s}$

ج) زاویه راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطه مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ $\theta = ?$, $v_A = ۰$

گام دوم



اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطه A و B می‌نویسیم:

$$\begin{cases} E_A = E_B \\ U_B = ۰ \\ K_A = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow U_A = K_B$$

$$\Rightarrow m \times g \times h = \frac{1}{2} \times m \times (v_B)^2$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times h = \frac{1}{2} \times (۴)^2 \Rightarrow h = ۰/۸ \text{ m}$$

$$\begin{cases} h = L - L \cos \theta \\ h = ۰/۸ \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۰/۸ = ۱/۶ (1 - \cos \theta) \Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

گام اول

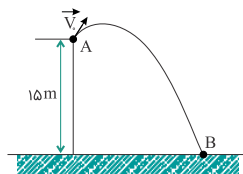
الف) از بالای یک بلندی به ارتفاع ۱۵ ← $h_A = 15 \text{ m}$

ب) جسمی به جرم ۱۰۰ g ← $m = 100 \text{ g}$

ج) با سرعت اولیه ۱۰ m/s پرتاب می‌کنیم ← $v_A = 10 \text{ m/s}$

د) اندازه سرعت جسم در هنگام برخورد با زمین چند m/s است ← $h_B = 0, v_B = ?$

گام دوم



اگر مبدأ پتانسیل را سطح زمین در نظر بگیریم، جسم در نقطه A انرژی پتانسیل و جنبشی دارد اما در نقطه B فقط انرژی جنبشی دارد. بنابراین باتوجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی ($E_A = E_B$)، داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف تساوی ساده می‌شود}} \frac{1}{2} \times (10)^2 + 10 \times 15 = \frac{1}{2} \times (v_B)^2$$

$$\Rightarrow 200 \times 2 = (v_B)^2 \Rightarrow v_B = \pm 20 \text{ m/s} \Rightarrow |v_B| = 20 \text{ m/s}$$

گام اول

الف) اتومبیلی با سرعت ۹۰ km/h ← $v_1 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3.6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$

ب) سرعت اتومبیل تقریباً چند متر بر ثانیه افزایش یابد، تا انرژی جنبشی آن ۲ برابر شود؟ ← $\frac{K_2}{K_1} = 2, \Delta v = ?$

گام دوم

کافی است نسبت انرژی جنبشی اتومبیل را بنویسیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2)^2}{\frac{1}{2}m(v_1)^2} \Rightarrow 2 = \left(\frac{v_2}{25}\right)^2 \Rightarrow v_2 = 25\sqrt{2} \simeq 35 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 35 - 25 = 10 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت اتومبیل باید نسبت به حالت قبلش ۱۰ m/s افزایش پیدا کند.

گام اول

الف) جسمی به جرم ۲ kg را $\leftarrow m = ۲\text{ kg}$

ب) از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه ۳۰° درجه می‌سازد $\leftarrow$ درجه $\alpha = ۳۰^\circ$, $h_o = ۰$

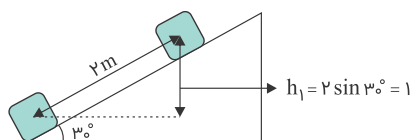
ج) با سرعت اولیه ۵ m/s مماس با سطح روبه بالا پرتاب می‌کنیم $\leftarrow v_o = ۵\text{ m/s}$

د) جسم روی سطح به‌اندازه ۲ m بالا می‌رود $\leftarrow$ وقتی ۲ m بالا می‌رود آنگاه جسم متوقف می‌شود پس $v_1 = ۰$

هـ) و سپس به همان نقطه اول برمی‌گردد $\leftarrow$ اندازه کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و در مسیر برگشت باهم برابر است.

و) کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟ $\leftarrow$ $W_f = ?$ رفت و برگشت

گام دوم



با استفاده از قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را در مسیر رفت به دست می‌آوریم:

$$W_f = E_1 - E_o = \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \right) - \left(\frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o \right)$$

$$\xrightarrow{h_1 = 2 \times \sin 30 = 1\text{ m}} W_f = (0 + 2 \times 10 \times 1) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 - 0 \right) \Rightarrow W_f = -5\text{ J}$$

از آنجا که کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را می‌خواهد، داریم:

$$W_{f \text{ رفت و برگشت}} = 2 \times -5 = -10\text{ J}$$

گام اول

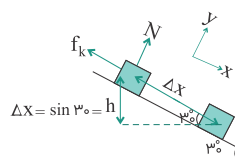
الف) جسمی به جرم $2 \text{ kg} \leftarrow m = 2 \text{ kg}$

ب) با سرعت اولیه 5 m/s روبه پایین پرتاب می‌کنیم $\leftarrow$ جهت مثبت را روبه پایین در نظر می‌گیریم؛ $v_0 = +5 \text{ m/s}$

ج) اگر سرعت جسم پس از 12 m متر جابه‌جایی روی سطح به 8 m/s برسد $\leftarrow \Delta x = 12 \text{ m}$, $v_f = 8 \text{ m/s}$

د) کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ $\leftarrow W_{f_k} = ?$

گام دوم



باتوجه به اینکه فقط دو نیروی اصطکاک و مولفه سطح شیب‌دار وزن در راستای حرکت، کار انجام می‌دهند و سرعت ابتدا و انتهای مسیر را داریم، از قضیه کار و انرژی استفاده می‌کنیم:

$$\left(W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) \right)$$

W_{mg} برابر است با:

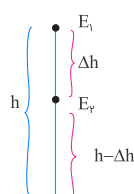
$$\begin{cases} W_{mg} = mgh \\ h = \Delta x \sin \theta = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow W_{mg} = 2 \times 10 \times 6 = 120 \text{ J}$$

بنابراین داریم:

$$W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) \Rightarrow 120 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (64 - 25)$$

$$\Rightarrow 120 + W_{f_k} = 39 \Rightarrow W_{f_k} = 39 - 120 = -81 \text{ J}$$

در این گونه سوالات بهترین راه حل استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی کل است.



$$E_1 = \cancel{K_1} + U_1 = mgh$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} U_2 + U_2 = \frac{5}{2} U_2$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{5}{2} mg(h - \Delta h)$$

$$\Rightarrow 2h = 5h - 5\Delta h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{5}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی برابر کار کل انجام شده روی جسم است. پس اگر تندی ثابت باشد، کار کل انجام شده روی جسم صفر است ((الف) درست است). یعنی $F_{\text{net}} d \cos \theta = 0$ است. طبق این رابطه ممکن است F_{net} یا d یا $\cos \theta$ برابر صفر باشد. پس برای مورد (پ) الزامی در کار نیست و ممکن است F_{net} مخالف صفر باشد. ((پ) نادرست است) انرژی جنبشی ثابت است اما در مورد تغییر انرژی پتانسیل نمی‌توان اظهارنظر کرد. پس مورد (ب) می‌تواند درست یا نادرست باشد. ((ب) نادرست است)

گام اول: با استفاده از قضیه کار و انرژی، کار پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2=K_1} W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{mg}}$$

$$W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +(\rho V g \Delta h)$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = +(10^3 \times 3 \times 10 \times 24) = 7/2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{7/2 \times 10^5}{60} = 1/2 \times 10^4 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

مبدأ سنجش ارتفاع را تپه دوم در نظر می‌گیریم:

$$v_o^2 + 2gh = v_B^2$$

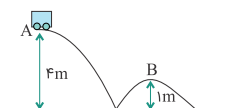
$$400 + 2 \times 10 \times 25 = v_B^2$$

$$v_B^2 = 900 \Rightarrow v_B = 30 \text{ m/s}$$

گام اول

الف) از نقطه A با سرعت 2 m/s می‌گذرد $\leftarrow v_A = 2 \text{ m/s}$
 ب) سرعت آن هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه است $\leftarrow v_B = ?$
 ج) از اصطکاک صرف نظر شود. $\leftarrow$ پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است.

گام دوم



اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطه A و B می‌نویسیم:

$$\begin{cases} E_A = E_B \\ h_B = 1 \text{ m} \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \\ h_A = 3 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_A)^2 + mg \times 3 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (2)^2 + 10 \times 3 = \frac{1}{2} (v_B)^2 + 10 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

گام اول

الف) اتومبیلی به جرم $900 \text{ kg} \leftarrow m = 900 \text{ kg}$
 ب) از حال سکون شروع به حرکت می‌کند $\leftarrow v_0 = 0$
 ج) پس از $10 \text{ s} \leftarrow t = 10 \text{ s}$

د) سرعت آن به 72 km/h می‌رسد $\leftarrow v_2 = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3.6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$

هـ) توان متوسط اتومبیل چند کیلووات است؟ $P = \frac{W}{t} = ? \text{ kW}$

و) نیروی مقاوم در مقابل حرکت اتومبیل را نادیده بگیرید. $\leftarrow$ اصل پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است.

گام دوم

ابتدا با استفاده از قضیه کار و انرژی اندازه کار کل موتور اتومبیل را به دست می‌آوریم؛ سپس به کمک رابطه $P = \frac{W}{t}$ توان را محاسبه می‌کنیم.
 اتومبیل در مسیر افقی حرکت می‌کند، بنابراین:

$$W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1$$

$$= \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \times 900 \times (20^2 - 0) = 180000 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{180000}{10} = 18000 \text{ W} = 18 \text{ kW}$$

گام اول

الف) جسمی به جرم $۲ \text{ kg} \leftarrow m = ۲ \text{ kg}$

ب) با سرعت ۱۰ m/s در راستای قائم روبه بالا پرتاب می‌کنیم $\leftarrow v_o = ۱۰ \text{ m/s}$, $U_o = ۰$, $h_o = ۰$

ج) انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج چند ژول است؟ $\leftarrow$ طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی در تمام طول مسیر حرکت جسم یکسان است؛ پس $E_1 = E_o = ?$

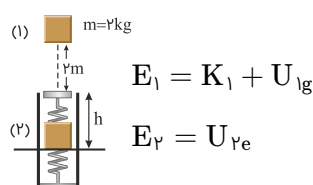
گام دوم

کافی است انرژی مکانیکی جسم را در لحظه پرتاب به دست آوریم:

$$\begin{cases} E_o = E_1 \\ E_o = U_o + K_o \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_1 = K_o = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} \times ۲ \times ۱۰۰ = ۱۰۰ \text{ J}$$

سطح پتانسیل را پایین‌ترین نقطه‌ای که جسم قرار می‌گیرد در نظر می‌گیریم:



باتوجه به نداشتن اتلاف انرژی $E_1 = E_2$ است.

$$K_1 + U_{1g} = U_{2e} \Rightarrow \frac{1}{2} \times ۲ \times ۴ + ۲ \times ۱۰(۲ + h) = ۴۶$$

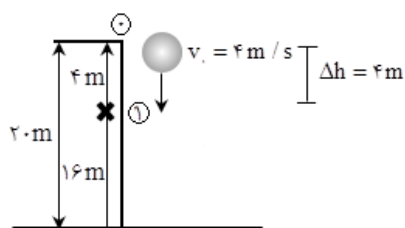
$$\Rightarrow ۲۰(۲ + h) = ۴۲ \Rightarrow ۲ + h = ۲/۱ \Rightarrow h = ۰/۱ \text{ m} = ۱۰ \text{ cm}$$

گام اول

الف) گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ m متری سطح زمین $\leftarrow h_0 = ۲۰\text{ m}$

ب) با سرعت اولیه ۴ m/s $\leftarrow v_0 = ۴\text{ m/s}$

ج) انرژی جنبشی این گلوله بعد از ۴ متر پایین آمدن چندبرابر می‌شود؟ $\leftarrow \frac{K_1}{K_0} = ?$, $h_1 = ۲۰ - ۴ = ۱۶\text{ m}$



گام دوم

باتوجه به پایستگی انرژی مکانیکی در نقاط ۰ و ۱ می‌توانیم نسبت $\frac{K_1}{K_0}$ را به دست بیاوریم. مبدأ پتانسیل را ارتفاع ۱ ($U_1 = 0$) در نظر می‌گیریم، بنابراین:

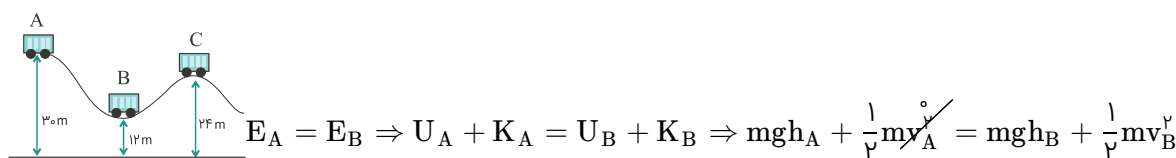
$$E_0 = E_1 \Rightarrow K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow K_0 + U_0 = K_1$$

$$\begin{cases} K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times m \times (4)^2 = 8m \\ U_0 = mgh = m \times 10 \times 4 = 40m \end{cases}$$

$$K_1 = K_0 + U_0 = 8m + 40m = 48m$$

$$\frac{K_1}{K_0} = \frac{48m}{8m} = 6$$

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = g(h_A - h_B) \Rightarrow v_B^2 = 2g\Delta h \Rightarrow v = \sqrt{2g\Delta h}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{20 \times (30 - 12)} = \sqrt{20 \times 18} = \sqrt{360}\text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{20 \times (30 - 24)} = \sqrt{20 \times 6} = \sqrt{120}\text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{360}}{\sqrt{120}} = \sqrt{3}$$

انرژی وزنه را در لحظه برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$E_v = \frac{1}{2}mv^2 + \dot{W} = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 = 1600 \text{ J}$$

بازده ماشین را از رابطه $100 \times \frac{E_{out}}{E_{in}} = R_a$ به دست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\%$$

گام اول

الف) اگر سرعت متحرک به جرم m به اندازه 5 m/s افزایش پیدا کند $v_2 = v_1 + 5 \leftarrow$
 ب) افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه می‌شود $\leftarrow \frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{5}{4}K_1$
 ج) سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟ $\leftarrow v_1 = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ داریم:

$$K_2 = \frac{5}{4}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow (v_1 + 5)^2 = \frac{5}{4}v_1^2 \Rightarrow v_1 + 5 = \frac{3v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

گام اول

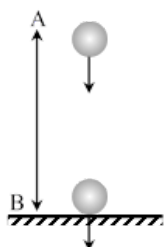
الف) گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم $\leftarrow m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$

ب) از ارتفاع ۱۰ متری $\leftarrow h_A = 10 \text{ m}$

ج) با سرعت $2 \text{ m/s} \leftarrow v_A = 2 \text{ m/s}$

د) کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر، -2 J باشد $\leftarrow W_{f_k} = -2 \text{ J}$

و) انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند ژول است؟ $\leftarrow K_B = ?$, $h_B = 0 \Rightarrow U_B = 0$



گام دوم

ابتدا انرژی مکانیکی گلوله را در نقطه A به دست می‌آوریم تا K_B را محاسبه کنیم.

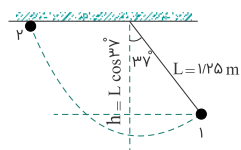
$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 2^2 + 0.1 \times 10 \times 10 = 10.2 \text{ J}$$

قانون پایستگی انرژی همواره برقرار است، بنابراین داریم:

$$E_A = E_B - W_{f_k} \Rightarrow E_A + W_{f_k} = E_B$$

$$\Rightarrow 10.2 - 2 = U_B + K_B \Rightarrow K_B = 8.2 \text{ J}$$



مبدأ پتانسیل را نقطه ۱ در نظر می‌گیریم ($U_1 = 0$). باتوجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\begin{cases} E_1 = E_2 \\ U_1 = 0 \\ K_2 = 0 \\ h = L \cos 37^\circ \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ L = 1/25 \\ \cos 37^\circ = 0.8 \end{cases} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_1 = U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = gL \cos 37^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2$$

$$= 10 \times 1/25 \times 0.8 \Rightarrow |v_1| = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

ابتدا انرژی جنبشی شهاب سنگ را بر حسب ژول به دست می آوریم:

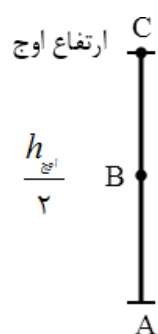
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^6 \times (\lambda \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 2/1 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}$$

حالا با یک تناسب ساده جرم TNT که می تواند این مقدار انرژی را ایجاد کند به دست می آوریم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{2/1 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}} = \frac{1 \text{ ton}}{m} \Rightarrow m = 160 \text{ ton}$$

گام اول

- الف) جسمی به جرم m را با سرعت $\lambda \text{ m/s}$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می کنیم $v = \lambda \text{ m/s}$
 ب) با نادیده گرفتن اتلاف انرژی $\leftarrow$ طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی در تمام طول حرکت جسم ثابت است.
 ج) سرعت جسم در نیمه راه روبه بالا چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow$ = نصف ارتفاع اوج v



گام دوم

ابتدا اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطه A و C و بار دیگر برای دو نقطه A و B می نویسیم:

$$\begin{cases} E_A = E_C \\ h_A = 0 \Rightarrow U_A = 0 \\ v_C = 0 \Rightarrow K_C = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow K_A = U_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C$$

$$\Rightarrow h_C = \frac{v_A^2}{2g} \Rightarrow h_C = \frac{(\lambda)^2}{2 \times 10} = 3/2 \text{ m}$$

$$\begin{cases} E_A = E_B \\ h_B = \frac{h_C}{2} = \frac{3/2}{2} = 1/2 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow K_A = U_B + K_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (\lambda)^2 = \frac{1}{2} \times (v_B)^2 + 10 \times 1/2 \Rightarrow v_B = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$K = \frac{1}{2}mv^2$ ، وقتی جرم ثابت است:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_2=1/44K_1} 1/44 = \left(\frac{v+5}{v}\right)^2$$

از طرفین رابطه جذر می‌گیریم:

$$1/2 = \frac{v+5}{v} \Rightarrow 1/2v = v+5$$

پس:

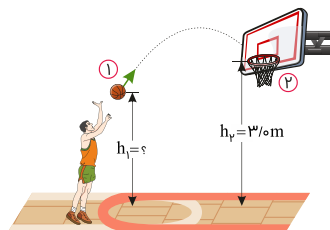
$$-1/2v = 5 \Rightarrow v = \frac{5}{-1/2} = -10 \text{ m/s}$$

کار نیروی وزن برای یک جسم تنها به تغییر ارتفاع آن بستگی دارد و مسیر حرکت مهم نیست. چون در این سؤال تغییر ارتفاع هر سه توپ یکسان است، کار نیروی وزن این سه توپ مشابه، یکسان است.

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی: ΔU ، $W_{\text{وزن}} = mgh = -\Delta U$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = m_2 = m_3 \\ \Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 = h \end{array} \right\} \xrightarrow{W=mgh} W_1 = W_2 = W_3$$

چون مقاومت هوا ناچیز است و اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی توپ پایسته است. بین لحظه‌ها شدن توپ از دست ورزشکار و لحظه ورود توپ به سبد، پایستگی انرژی را می‌نویسیم. (سطح مبدأ پتانسیل گرانشی را زمین در نظر می‌گیریم)



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 10h_1 + \frac{1}{2}(6)^2 = 10(3) + \frac{1}{2}(5)^2 \Rightarrow h_1 = 2/45 \text{ m}$$

گام اول

الف) جسمی با سرعت 10 m/s در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $K_1 = 100 \text{ J}$ ، $v_1 = 10 \text{ m/s}$ ،
 ب) پس از مدتی سرعت جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور x با 20 m/s می‌رسد ← جسم در جهت منفی حرکت می‌کند پس:

$$v_2 = -20 \text{ m/s}$$

ج) کار برآیند نیروهای وارد بر این جسم در این مدت چند ژول است؟ ← $W_T = ?$

گام دوم

ابتدا جرم جسم را به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم.

$$K = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times m \times (10)^2 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times ((-20)^2 - (10)^2) = 300 \text{ J}$$

گام اول

الف) جسم A به جرم m از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین رها می‌شود $\leftarrow v_{0A} = 0 \Rightarrow K_{0A} = 0, h_{0A} = 10\text{ m}, m_A = m$
 ب) جسم B به جرم ۲m از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود $\leftarrow v_{0B} = 0 \Rightarrow K_{0B} = 0, h_{0B} = 20\text{ m}, m_B = 2m$
 ج) انرژی جنبشی جسم B در لحظه رسیدن به زمین چندبرابر انرژی جنبشی جسم A در لحظه رسیدن به زمین است؟

$$\begin{cases} h_{1A} = 0 \Rightarrow U_{1A} = 0 \\ h_{1B} = 0 \Rightarrow U_{1B} = 0 \end{cases}, \frac{K_{1B}}{K_{1A}} = ?$$

گام دوم

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را به طور جداگانه برای اجسام A و B به کار می‌بریم.
 جسم A:

$$\begin{aligned} E_{0A} = E_{1A} &\Rightarrow U_{0A} + K_{0A} \\ &= U_{1A} + K_{1A} \Rightarrow U_{0A} = K_{1A} \end{aligned}$$

جسم B:

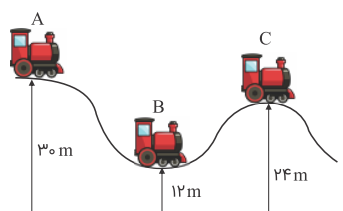
به دلیل تشابه شرایط مسئله برای دو جسم A و B داریم: $U_{0B} = K_{1B}$
 در نتیجه نسبت خواسته شده در سوال برابر است با:

$$\frac{K_{1B}}{K_{1A}} = \frac{U_{0B}}{U_{0A}} = \frac{m_B g h_{0B}}{m_A g h_{0A}} = \frac{2m \times 20}{m \times 10} = 4$$

گام اول

الف) اصطکاک ناچیز است $\leftarrow$ پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است.

ب) ارابه بدون سرعت اولیه از حالت A رها می‌شود $\leftarrow h_A = 30\text{ m}, v_A = 0$
 ج) نسبت سرعت ارابه در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟ $\leftarrow \frac{v_B}{v_C} = ?$



گام دوم

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار برای دو نقطه A و B و بار دیگر برای دو نقطه A و C نوشته و سرعت در لحظات B و C را می‌یابیم.

$$\begin{cases} E_B = E_A \\ h_B = 12\text{ m} \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + m_Bgh_B = mgh_A \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 + 10 \times 12 = 10 \times 30 \Rightarrow |v_B| = \sqrt{360}\text{ m/s} \\ K_A = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_C = E_A \\ h_C = 24\text{ m} \Rightarrow K_C + U_C = K_A + U_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C = mgh_A \Rightarrow \frac{1}{2}v_C^2 + 10 \times 24 = 10 \times 30 \Rightarrow |v_C| = \sqrt{120}\text{ m/s} \end{cases}$$

$$\left| \frac{v_B}{v_C} \right| = \sqrt{\frac{360}{120}} = \sqrt{3}$$

$$P_{\text{ش}} \times R_a = \frac{W}{t} \Rightarrow P \times \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{mg\Delta h}{t}$$

$$\Rightarrow P \times \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{252 \times 10^3 \times 10 \times 12}{3600} \Rightarrow P = 10/5 \times 10^3 \text{ W} = 10/5 \text{ kW}$$

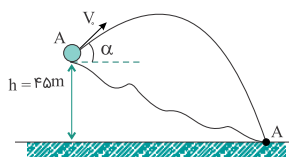
گام اول

الف) گلوله‌ای در شرایط خلأ با سرعت اولیه $30 \text{ m/s} \leftarrow 0 = \text{مقاومت هوا}$ ، $v_A = 30 \text{ m/s}$

ب) از ارتفاع ۴۵ متری سطح زمین روبه بالا پرتاب می‌شود $\leftarrow h_A = 45 \text{ m}$

ج) گلوله با سرعت چند متر بر ثانیه به زمین برخورد می‌کند؟ $\leftarrow h_B = 0 \Rightarrow U_B = 0$

گام دوم



سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم؛ کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را در دو نقطه A و B بنویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 45 + \frac{1}{2} \times (30)^2 = \frac{1}{2} \times v_B^2 \Rightarrow 900 \times 2 = v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \pm 30\sqrt{2} \Rightarrow |v_B| = 30\sqrt{2} \text{ m/s}$$

گام اول

الف) جرم جسمی $m = ۲ \text{ kg} \leftarrow ۲ \text{ kg}$

ب) سرعت آن در یک مسیر مستقیم v_1 است. اگر سرعت آن به اندازه $\lambda \text{ m/s}$ افزایش یابد $\leftarrow v_2 = v_1 + \lambda$

ج) انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود. $\leftarrow \frac{K_2}{K_1} = ۴$

د) v_1 چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow v_1 = ?$

گام دوم

باتوجه به نسبت $\frac{K_2}{K_1} = ۴$ و رابطه $v_2 = v_1 + \lambda$ سرعت ثانویه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} \Rightarrow \mathfrak{F} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow v_2 = \pm ۲v_1$$

باتوجه به رابطه به دست آمده ۲ حالت خواهیم داشت:

حالت اول: $v_2 = +۲v_1$

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + \lambda \\ v_2 = ۲v_1 \end{cases} \Rightarrow ۲v_1 = v_1 + \lambda \Rightarrow v_1 = \lambda \text{ m/s}$$

حالت دوم: $v_2 = -۲v_1$

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + \lambda \\ v_2 = -۲v_1 \end{cases} \Rightarrow -۲v_1 = v_1 + \lambda \Rightarrow -۳v_1 = \lambda \Rightarrow v_1 = -\frac{\lambda}{۳} \text{ m/s}$$

برای v_1 ، ۲ مقدار محاسبه شد که فقط $v_1 = \lambda \text{ m/s}$ در گزینه‌ها می‌باشد.